JJF

中华人民共和国国家计量技术规范

JJF 1057—1998

数字存储示波器校准规范

Calibration Specification for Digital Storage Oscilloscope

仪器服务网 YIQIFUWU.COM

1998-11-16 发布　　1999-05-01 实施

国家质量技术监督局 发布

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

数字存储示波器校准规范

Calibration Specification for

Digital Storage Oscilloscope

JJF 1057—1998

本规范经国家质量技术监督局于 1998 年 11 月 16 日批准，并自 1999 年 05 月 01 日起施行。

仪器服务网 YIQIFUWU.COM

归 口 单 位：全国无线电计量技术委员会

起 草 单 位：中国航空工业总公司第三〇四研究所

中国计量科学研究院

本规范由全国无线电计量技术委员会负责解释

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

本规范主要起草人：

梁志国（中国航空工业总公司第三〇四研究所）

张　杨（中国计量科学研究院）

曹英杰（中国航空工业总公司第三〇四研究所）

参加起草人：

蔡新泉（中国计量科学研究院）

周艳丽（中国航空工业总公司第三〇四研究所）

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

目　　录

一　概述 ……（1）
二　技术要求 ……（1）
三　校准条件 ……（2）
四　校准项目和校准方法 ……（3）
五　校准结果的处理和校准时间间隔 ……（9）
附录 1　数字存储示波器选校项目及校准方法 ……（10）
附录 2　数字存储示波器校准结果记录格式 ……（17）
附录 3　正弦波信号序列的最小二乘拟合算法 ……（19）

仪器服务网 YIQIFUWU.COM

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

数字存储示波器校准规范

本规范适用于新制造、使用中和修理后的，采用数字存储技术、使用 A/D 转换器、并能将所测量的数据以数码形式输出的各种数字存储示波器的校准。无显示功能，但具有数据量化存储功能的瞬态记录仪器可参照执行。

一　概　　述

数字存储示波器是可将被测模拟信号进行模数转换、存储，再以数字或模拟信号方式进行显示的一种示波器。它主要用于观察、分析、测量非重复信号、重复信号、单次信号和单次触发信号等。这类仪器使用微处理器，利用模数转换器和数字式存储器采集和存储波形。其工作原理是：对输入信号，由时基电路控制，按一定时间间隔采样，通过模数转换器量化后，以二进制码的形式，将波形数据在快速存储器中存储，经触发功能电路进行条件判定、触发，结束采集过程；再以数字或模拟方式进行显示，重现波形。

按本规范执行校准的数字存储示波器的校准及检查项目为：工作正常性检查、频带宽度、瞬态响应、动态有效位数、信噪比、采集速率、扫描时间因数、Δt（时间）测量准确度、ΔV（幅度）测量准确度、直流增益准确度、方波校准信号频率、方波校准信号幅度、通道间延迟时间差、随机噪声、通道隔离度、共模抑制比、触发特性（触发延时、最窄触发脉宽、最小触发沿斜率、触发幅度灵敏度）、交流增益准确度、探极衰减比、直流偏移误差、线性度、误差限、毛刺捕捉、输入电阻、垂直偏转系数。

数字存储示波器指标很多，对各指标的要求也各不相同；功能性指标放到检查项目中，对性能有特别要求的指标归入校准项目。对于多数用户都比较关注的指标纳入正文的必校项目，其余指标收在附录中的选校项目里。校准中，对其指标的要求，在技术要求条款中直接提出，无法或不宜以数值给出技术要求的指标项目未特别给出。在模拟示波器和数字存储示波器中有不同提法和不同侧重的指标，以数字存储示波器的提法和指标为主，例如，模拟示波器中经常使用“垂直偏转系数”，而数字存储示波器描述该项指标性能通常使用“直流增益”，在本规范中也使用“直流增益”。

二　技　术　要　求

1	存储深度	1 000
2	输入阻抗	(50±0.5)Ω，1 MΩ
3	误差限	1%(1 mV/div～10 V/div)
4	频带宽度	1 GHz（−3 dB）
5	上升时间（ns）	0.35/(频带宽度 GHz)
6	动态有效位数	14 bits
7	采集速率误差	1×10^{-6}
8	扫描时间因数误差	1×10^{-6}

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

9　Δt（时间）测量误差　　0.2%（0.5 ns/div～5 s/div）
10　ΔV（幅度）测量误差　　1%（1 mV/div～10 V/div）
11　校准信号幅度误差　　1%（20 mV～2 V）
12　校准信号频率误差　　0.01%（1 kHz～1 MHz）

三　校准条件

13　环境条件

13.1　常规条件

供电电源：交流供电电压：（220±11）V；频率：（50±1）Hz

环境温度：（20±5）℃

相对湿度：≤80% RH

大气压强：（86～106）kPa

校准过程中，周围无任何影响数字存储示波器及其校准系统性能的振动、冲击及电磁辐射等。

13.2　非常规条件

由用户提出，或按数字存储示波器使用说明书规定的特殊要求选取。

14　校准中所用仪器设备

校准中所用全部仪器设备应在计量有效期内，并有效溯源到国家基准。

14.1　校准用主要仪器设备

1）直流电压源
2）正弦信号发生器
3）快前沿脉冲信号发生器
4）共模信号发生器
5）计数器
6）三角波信号发生器
7）毛刺信号发生器
8）方波信号发生器
9）数字多用表
10）电子计算机系统

14.2　仪器设备技术要求

幅度校准中使用的直流电压源，其幅度调节细度、幅度总误差，应分别不大于被校数字存储示波器幅度分辨力的 1/3 和幅度测量误差的 1/3。其输出直流幅度应能覆盖±100 V的量程范围。

正弦信号发生器校准频带宽度时，其频率范围应能覆盖被校数字存储示波器的输入频带，其幅度平坦度优于 0.5 dB；校准采集速率时，其频率误差应不大于被校数字存储示波器采集速率误差（或时基误差）的 1/3；校准数字存储示波器动态有效位数和信噪比时，其失真度 K（dB）应符合式（1）的要求。

$$K \geqslant SD + 20\ \lg(2E_p/E_r) - 10\ \lg(10^{6.02\times(BD-BR)/10} - 1) \qquad (1)$$

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

式中：K——信号源的总失真度，dB；

E_r——采集通道量程，V；

E_p——输入信号的峰值，V；

BD——动态有效位数标称值，bits；

BR——被校通道的动态有效位数测量结果，bits；

SD(dB)——BD 所对应的等效信噪比，按式（2）计算

$$SD=6.02BD+1.76 \tag{2}$$

通常要求 BD 的测量不确度度（$BD-BR$）为 0.1 bits，则 K 比被校数字存储示波器的等效信噪比 SD 高 9 dB。若对被校动态有效位数 BD（bits）的校准不确定度有更高要求，按式（1）计算和选取 K。

校准中使用的快前沿脉冲信号发生器，上升时间应不大于被校数字存储示波器上升时间的 1/3。

用于校准共模抑制比的共模信号发生器，必须具有“浮地输出”功能。

用于校准信号频率的计数器，其频率测量误差应小于被校信号频率误差的 1/3，频率分辨力足够高。

用于触发特性校准的三角波信号发生器，应能提供所需的最小触发沿斜率。该斜率的误差应小于被校指标误差的 1/3。

用于触发特性校准的脉冲信号发生器，应能提供所需脉冲幅度和最窄触发脉宽。触发脉宽误差应小于被校准的最窄触发脉宽指标误差的 1/3。其脉冲幅度误差应小于被校准的幅度触发灵敏度指标误差的 1/3。

毛刺信号发生器用于毛刺捕捉特性校准，应能提供所需的脉冲幅度和最窄触发脉宽(毛刺)。触发脉宽的误差应小于被校准的最窄触发脉宽指标误差的 1/3。

数字多用表用于输入电阻的校准，其电阻测量误差应优于 0.1%。

15　校准中使用 50 Ω 同轴电缆，长度约 1 m，或按说明书规定选取。

四　校准项目和校准方法

16　工作正常性检查

16.1　外观检查

被校准的数字存储示波器，应配有使用说明书和相应的编程软件资料；应具有产品合格证书以及全部必备附件。

数字存储示波器的外形结构应完好。开关、按键、旋钮等操作灵活可靠，标志清晰明确，外露件不应有松动和机械损伤。其铭牌或外壳上应标明其名称、生产厂家、型号、编号和出厂日期。供电电源的标志及电压和频率范围指示明确。

16.2　通电检查

外观检查后，按使用说明书给数字存储示波器通电、预热，让其执行自检及自校准。

按使用说明书要求作内、外触发同步特性检查。

将任意非零恒定信号（一般在通道测量范围上限或下限的 50%～90%以内）输入

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

数字存储示波器，检查其测量和存储工作状况。

按使用说明书要求及随机提供的软件，作数字存储示波器与通用电子计算机通信功能的检查，应能准确无误地将数据传入计算机。

必要时，对数字存储示波器说明书中列出的其他功能进行检查。

以上各项检查均应正常。

17　频带宽度

接线如图 1，选定数字存储示波器的测量通道及量程，置非自动量程测量模式。正弦信号发生器与被校数字存储示波器匹配连接。

设置通道为直流耦合，设定直流偏置为零。

设置通道采集数据个数，$n \geqslant 1\ 000$。

使正弦信号发生器输出 50 kHz 频率的信号，调整被校数字存储示波器触发和时基，使信号稳定显示。调节信号电平使其居中覆盖约 80％屏幕范围，从数字存储示波器上读取其幅度 U_m。保持正弦信号发生器输出幅度不变，仅增加正弦信号频率 f，从数字存储示波器读取其幅度 U_1。

找出使得 $U_1/U_m=0.707$ 的频率 f_H，按式（3）计算该通道的频带宽度 B。

$$B=f_H \tag{3}$$

18　瞬态响应

接线如图 2 所示，选定数字存储示波器的测量通道和量程，置非自动量程测量模式。设置通道为直流耦合。

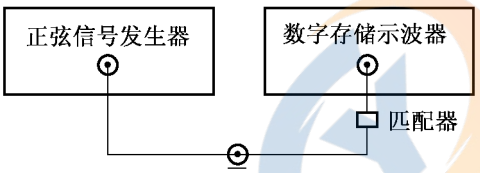

图 1

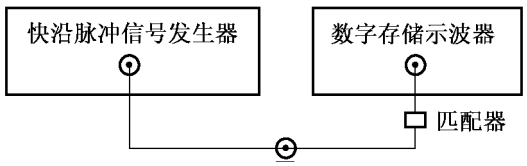

图 2

设置通道采集数据个数 $n \geqslant 1\ 000$。

调整被校数字存储示波器的时基和触发，使信号稳定显示。

调节直流偏置和信号幅度，使输入阶跃脉冲信号的底值和顶值之间的部分居中覆盖约 80％屏幕。

调节通道采集速率（时基），直到脉冲前沿上升时间 t_r 能准确读取。读取图 3 所示 t_r、A、b、c 各值。数字存储示波器的瞬态参数按式（4）、（5）分别计算：

过冲：

$$S_b=b/A \tag{4}$$

顶部不平度：

$$\delta_f=c/A \tag{5}$$

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

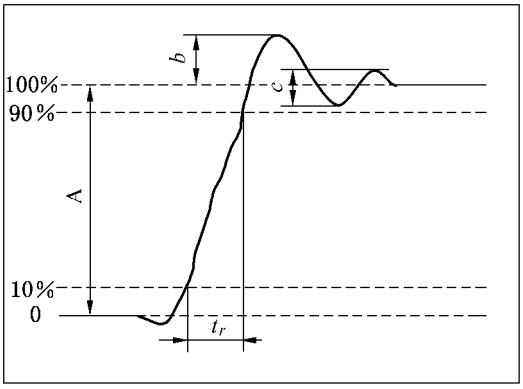

图 3

19　动态有效位数、信噪比

19.1　动态有效位数

理想的模数转换器在数据转换中只引入与其转换位数相对应的量化误差。根据实际模数转换装置对正弦交流信号的采样数据，求得相应的拟合正弦曲线。将采样数据与该拟合曲线对应点数据差的均方根值，作为模数转换装置动态转换下的量化误差有效值，与该误差有效值相对应的模数转换位数定义为动态有效位数，也称有效位数。

19.2　校准程序

19.2.1　接线及设置

接线如图 4，设置测量通道的量程，置非自动量程测量模式。

设定通道采集速率 v_0（时基）为最高。

设置通道采集数据个数 $n \geqslant 1\ 000$。

19.2.2　按式（6）选取输入信号频率 f：

$$f = Nv_0/n \tag{6}$$

式中：v_0——通道采集速率；

N——通道采集的 n 个数据中所含信号整周期个数。

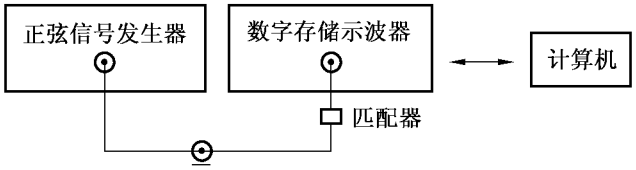

图 4

这里，N 与 n 不能有公因子。

19.2.3　按式（7）选取输入正弦信号峰值 E_p；

$$E_p = 0.475E_r \tag{7}$$

式中：E_r——被测通道量程。

19.2.4　调整被校数字存储示波器触发，使信号稳定显示。调节直流偏置，使输入信号居中覆盖通道测量范围。采集（2 个以上信号周期的）数据 x_i（$i = 1, \cdots, n$），输入计算机。按附录 3 中最小二乘法找出最佳拟合正弦信号：

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

$$a(i)=E\sin(\omega i+\theta)+d \tag{8}$$

式中：$a(i)$——拟合信号的瞬时值；

E——拟合正弦信号的幅度；

θ——拟合正弦信号的初相位（弧度）；

d——拟合信号的直流分量值（直流偏置实测值）；

ω——拟合正弦信号的离散角频率（$2\pi f\cdot\Delta t$）；

Δt——采样时间间隔。

19.2.5 按式（9）计算等效噪声有效值 ρ：

$$\rho=\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-E\sin(\omega i+\theta)-d)^2\right)^{1/2} \tag{9}$$

按式（10）、式（11）计算被校数字存储示波器通道的动态有效位数 BD（bits）和信噪比 SD（dB）：

$$BD=\log_2(E_r/(\rho\times 12^{1/2})) \tag{10}$$

$$SD=6.02BD+1.76 \tag{11}$$

20 采集速率

将数字存储示波器调到最高采集速率 v_0，执行 19.2.1～19.2.4，按式（12）～（14）计算：

通道采集速率：

$$v=2\pi f/\omega \tag{12}$$

采集速率误差：

$$\Delta v=v_0-v \tag{13}$$

速率相对误差：

$$\Delta v_r=\Delta v/v \tag{14}$$

21 扫描时间因数

将数字存储示波器调到被校扫描时间因数挡，执行第 20 条，按式（15）和式（16）计算扫描时间因数相对误差 δ_t 和扫描时间因数 K_b：

$$\delta_t=-\Delta v_r \tag{15}$$

$$K_b=(M_1-1)/(M_2 v)(\mathrm{s/div}) \tag{16}$$

式中：M_1——显示屏幕上所包含的采集数据点数；

M_2——显示屏幕从左至右的时间范围所包含的显示格数（一般为 10 格）。

扫描时间因数在等效采样和实时采样状态下应分别测量。

22 Δt（时间）测量

22.1 接线如图 5。选定数字存储示波器的测量通道、量程和时基。

22.2 输入适当幅度和频率的方波脉冲信号，调节直流偏置和触发，使 $M(\geqslant 2)$ 个周期的信号稳定居中显示，水平方向覆盖 80％屏幕。移动测量光标，读出 M 个信号周期的时间间隔 t_m。若输入信号的周期为 T，则 Δt（时间）测量相对误差 δ_t 按式（17）计算：

$$\delta_t=(t_m-MT)/(MT) \tag{17}$$

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

23　ΔV（幅度）测量

23.1　接线如图 5。选定数字存储示波器的测量通道、量程和时基。

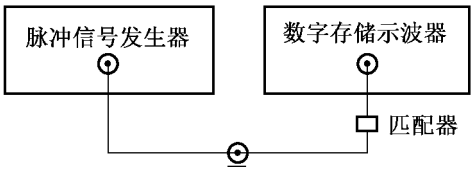

图 5

23.2　输入适当幅度和频率（推荐为 1 kHz）的方波脉冲信号，调节直流偏置和触发，使两个以上周期的信号稳定居中显示，垂直方向覆盖 80％屏幕（通常为 6 div）。移动测量光标，读取屏幕所显示方波脉冲的幅度 V，若 V_0 为输入方波脉冲幅度，则 ΔV（幅度）测量相对误差 δ_V 由式（18）计算：

$$\delta_V=(V-V_0)/V_0 \tag{18}$$

24　直流增益准确度

24.1　方法一（最小二乘法）

接线如图 6。选定数字存储示波器的测量通道、量程和增益 G_0。置校准位置。

图 6

设置非自动量程测量模式。设置直流耦合，设定直流偏置为零。

设置在信号点 E_i 上的采集数据个数 $n\geqslant 100$。

设置触发为自动方式。

如图 7 所示，选取 $m=16$，在同一测量范围（E_L，E_H）内，给测量通道依次输入符合公式（19）的信号 E_i（$i=1$，…，m）：

$$E_i=E_L+(i-0.5)\times E_r/m\ (i=1,2,\cdots,m) \tag{19}$$

$$E_r=|E_H-E_L| \tag{20}$$

式中：E_L——通道的测量范围下限；

E_H——通道的测量范围上限。

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

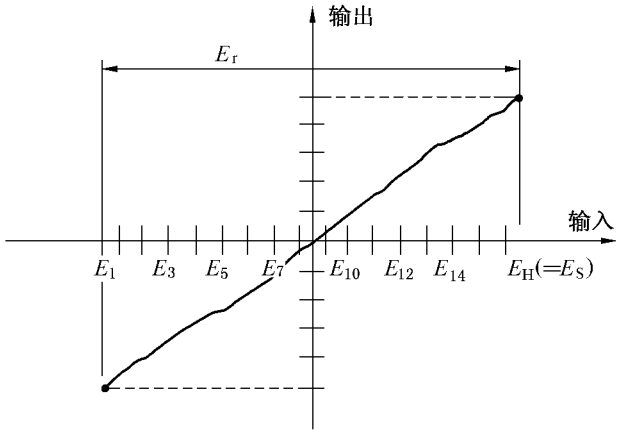

图 7　数字存储示波器输入输出特性

分别将对应 E_i 的采集数据 x_{ij}（$j=1$，…，n）输入计算机。按式（21）计算各平均值：

$$\overline{X}_i=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}x_{ij}(i=1,2,\cdots,m) \tag{21}$$

直流增益：

$$G=(\sum_{i=1}^{m}(E_i-\overline{E})(\overline{x}_i-\overline{x}))/(\sum_{i=1}^{m}(E_i-\overline{E})^2) \tag{22}$$

式中：

$$\overline{E}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}E_i \tag{23}$$

$$\overline{x}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\overline{x}_i \tag{24}$$

直流增益误差：

$$\Delta G_r=(G_0-G)/G \tag{25}$$

24.2　方法二（读取法）

接线如图 6。选定数字存储示波器的测量通道、量程和增益 G_0。置校准位置。

设置数字存储示波器为直流耦合，调整直流偏置为零。分别输入两个直流电压值 U_+ 和 U_-，调整输入电压 U_+ 和 U_- 的幅度，使它们分别显示在示波器屏幕 20% 和 80% 位置上，分别从数字存储示波器读取相应电压值 U_{r+} 和 U_{r-}。按式（26）和式（27）计算。

直流增益：

$$G=(U_{r+}-U_{r-})/(U_+-U_-) \tag{26}$$

直流增益误差：

$$\Delta G_r=(G_0-G)/G \tag{27}$$

25　“方波校准信号”频率

将数字存储示波器频率为 f_0 的“方波校准信号”输入计数器，读取频率值 f，则方波校准信号频率相对误差按式（28）计算：

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

$$\delta_f=(f_0-f)/f \tag{28}$$

26 “方波校准信号”幅度

26.1 设置数字存储示波器测量通道为直流耦合方式，调节时基、量程（尽可能使用小量程挡）和直流偏置；将幅度为U_{0p}的“方波校准信号”顶部显示在其屏幕范围内。

26.2 采集数据，读取“方波校准信号”的顶值U_t。

26.3 将方波校准信号断开，输入直流电压信号，调整信号幅度使屏幕显示值为U_t，读取直流电压源此时的电压U_{dt}。

26.4 重新将上述“方波校准信号”接入，调节通道量程和直流偏置，使校准信号底部在屏幕显示范围内，读取方波校准信号脉冲的底值测量值U_b。

26.5 将方波校准信号断开，输入直流电压信号，调整信号幅度使屏幕显示值为U_b，读取直流电压源此时的电压U_{db}。

则“方波校准信号”幅度U和相对误差δ_U由式（29）和（30）计算：

$$U=U_{dt}-U_{db} \tag{29}$$

$$\delta_U=\pm|U_{op}-U|/U \tag{30}$$

五 校准结果的处理和校准时间间隔

27 经校准的数字存储示波器，发给校准证书或校准报告，加盖校准印章。

28 校准时间间隔推荐为1年。

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

附录 1

数字存储示波器选校项目及校准方法

1　通道间延迟时间差

接线如图 1 所示，选定数字存储示波器的两个测量通道 A 与 B。通道 A 与 B 的连接电缆电气特性应一致。

设置测量通道的量程，置非自动量程测量模式。

设定直流偏置为零。

设置通道为实时采样方式，调整到相应采样速率。

设置通道采集数据个数 $n \geqslant 1\ 000$。

选择信号峰-峰值为对应通道量程的 50%～90%；频率在频带中部，其值 f 满足正文式（6）要求。调整触发，使信号稳定显示。

采集通道 A 与 B 的数据 x_{Ai} 和 x_{0i}（$i=1$，…，n）；输入计算机。

按最小二乘法对两个通道 A 与 B 的采集数据分别进行正弦波拟合，求出各自的拟合正弦信号：$U_A(t)=E_A\sin(2\pi ft+\theta_A)+d_A$ 和 $U_B(t)=E_B\sin(2\pi ft+\theta_B)+d_B$，则通道 B 超前通道 A 的时间 t_{AB} 按式（1）计算。

$$t_{AB}=(\theta_B-\theta_A)/(2\pi\cdot f) \tag{1}$$

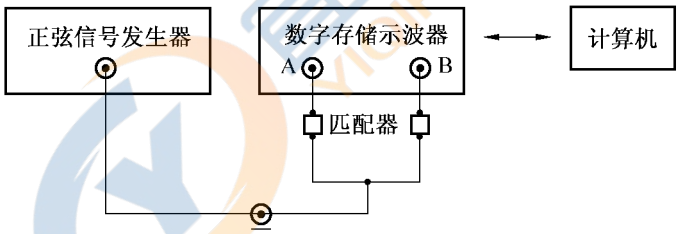

图 1

2　随机噪声

选定数字存储示波器的测量通道。使该通道处于输入开路且屏蔽（或短路屏蔽、或接匹配负载）状态。

置测量通道为最小量程挡，置非自动量程测量模式。

设置直流耦合方式。调整直流偏置为零。

设置通道为实时采样，调整采样速率为最高。

设置通道采集数据个数 $n \geqslant 1\ 000$。

调整触发，使输入稳定显示。

采集数据 x_{Ai}（$i=1$，…，n）；输入计算机。

采集数据 x_{Bi}（$i=1$，…，n）；输入计算机。

按式（2）、式（3）计算噪声的标准差 σ_n 和 σ_{rn}。

$$\sigma_n=\left(\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(x_{Ai}-x_{Bi})^2\right)^{1/2} \tag{2}$$

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

$$\sigma_{rn}=\sigma_n/E_r \tag{3}$$

3　通道隔离度

接线如图 2。选定数字存储示波器的通道 j（$j=1$，…，m）为测量通道，并使这些通道处于开路屏蔽（或短路屏蔽、匹配负载等）状态下。

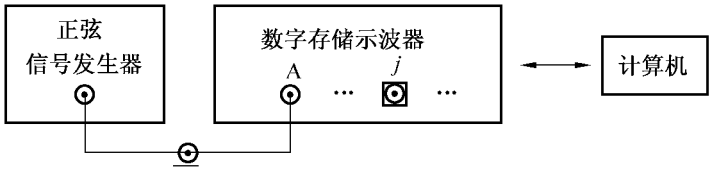

图 2

选定加载通道 A，设定 A 为其最大量程挡；测量通道 j 为最小量程挡，置非自动量程测量模式。

设置直流耦合方式，设定各通道直流偏置为零。

设定通道采集速率，设置各通道采集数据个数 $n\geqslant 1\ 000$。

将幅度有效值 E_A 的正弦信号输入通道 A，并按说明书要求选择信号频率 f。

调整示波器触发，使信号稳定显示。

采集测量通道 j 的数据 x_{jAi}（$i=1$，…，n），输入计算机。

调节信号发生器输出为零，采集测量通道 j 的数据 x_{jA0i}（$i=1$，…，n），输入计算机。

按式（4）～（8）计算通道 j 对通道 A 的通道隔离度 $CTRR_{jA}$。

$$\overline{x}_{jA0}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_{jA0i} \tag{4}$$

$$\zeta_{jA0}=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_{jA0i}-\overline{x}_{jA0})^2 \tag{5}$$

$$\zeta_{jA}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_{jAi}-\overline{x}_{jA0})^2 \tag{6}$$

$$\sigma_{jA}=\sqrt{|\zeta_{jA}-\zeta_{jA0}|} \tag{7}$$

$$CTRR_{jA}=20\cdot\lg(E_A/\sigma_{jA}) \tag{8}$$

4　差分输入共模抑制比

本项目仅适用于能接入共模电压信号的差分输入数字存储示波器，并在最小量程下进行校准。

如图 3 所示，用三通将共模信号发生器的高端与数字存储示波器被校通道的两个输入端相连，连接输入端的两条电缆电气特性应一致；信号源的“低”端与数字存储示波器的外壳“地”相连，并接到“大地”。

设置测量通道为其最小量程挡，并置非自动量程测量模式。

设置直流耦合方式，设定直流偏置为零。

设置通道采集数据个数 $n\geqslant 1\ 000$，通道增益为 G。

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

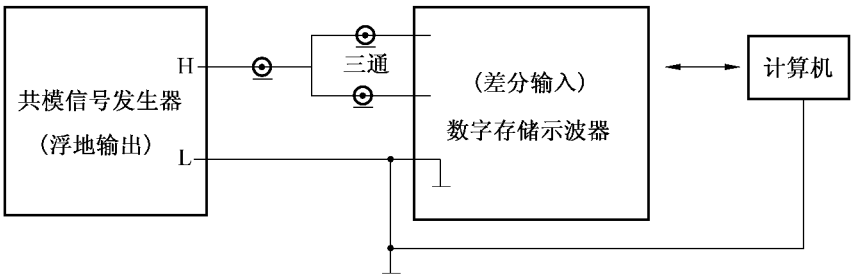

图 3

调整触发，使输入稳定显示。

按说明书选定共模信号频率。使共模信号源输出为零，采集数据 x_{0i}（$i=1$，…，n）；输入计算机。将共模信号幅度有效值 E_A 由小到大缓慢调节（其峰峰值不要超出示波器允许最大共模信号幅值），同时测量并观察其数据，直到与共模信号为零时有较大变化（变动超出 1 个 LSB 以上），或共模信号峰-峰值达到最大允许值为止，采集数据 x_{Ai}（$i=1$，…，n）；输入计算机。

按式（9）～（13）计算通道的共模抑制比 $CMRR$：

$$\overline{x}_0=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_{0i} \tag{9}$$

$$\gamma_0=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_{0i}-\overline{x}_0)^2 \tag{10}$$

$$\gamma_A=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_{Ai}-\overline{x}_0)^2 \tag{11}$$

$$\sigma_r=\sqrt{|\gamma_A-\gamma_0|} \tag{12}$$

$$CMRR=20\cdot\lg(G\cdot E_A/\sigma_r) \tag{13}$$

5 触发特性

数字存储示波器的测量可通过多种形式触发，如被测信号触发，外触发脉冲触发，软件指令触发，按键触发，内电路触发等等。这里，主要校准外触发脉冲触发中的一些特性。

5.1 触发延时

5.1.1 接线与设置

接线如图 4，选定数字存储示波器的测量通道、量程，并置非自动量程测量模式。

设置直流耦合方式，调节直流偏置，使输入脉冲信号居中覆盖通道的测量范围。设定通道采集速率为最高。

设置通道采集数据个数 $n\geqslant 1\ 000$。

设置外触发方式。设定触发电平位于触发脉冲幅度中间部位，设定触发边缘为上升（或下降）沿，设定触发延迟时间为零。设定触发脉冲宽度、频率及幅度，使其处于可有效触发和测量状况。

5.1.2 测量及处理

读取触发点与测量脉冲信号幅度中点的时间间隔，即为外触发状态下该通道触发延

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

时的实测值。

5.2　最窄触发脉宽

5.2.1　接线与设置

接线如图 4，脉冲信号发生器的脉冲宽度及幅度均可调，并能提供适当极性以保证边缘触发测量。选定数字存储示波器的测量通道。设置同 5.1.1。

5.2.2　测量及处理

触发输入幅度不变，仅减小触发脉宽，找出使数字存储示波器恰好可有效触发的输入脉冲宽度，即为外触发状态在该脉冲幅度下的最窄触发脉宽。

5.3　最小触发沿斜率

5.3.1　接线与设置

接线如图 5，选定数字存储示波器的测量通道、量程，并置非自动量程测量模式。

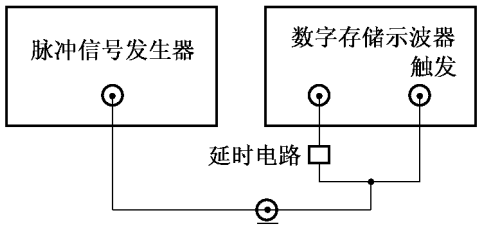

图 4

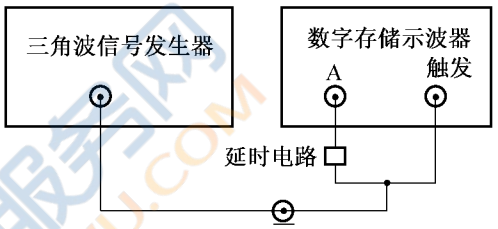

图 5

设置直流耦合方式，调节直流偏置和时基，使输入三角波信号居中覆盖通道的测量范围。

设置通道采集数据个数 $n \geqslant 1\ 000$。

设置外触发方式。设定触发电平位于触发脉冲幅度中间部位，设定触发边缘为上升（或下降）沿，设定触发延迟时间为零。设定触发脉冲宽度、频率及幅度，使其处于可有效触发和测量状况。

5.3.2　测量及处理

触发输入频率不变，仅减少触发信号幅度，找出使数字存储示波器恰好可有效触发的输入三角波信号幅度，然后，稍微增大一些信号幅度（如 5%）。

其他不变，仅降低触发信号频率，找出使数字存储示波器恰好可有效触发的三角波信号频率，此时三角波的斜率即为外触发状态在该信号幅度及极性下的最小触发沿斜率。

5.4　触发（幅度）灵敏度

5.4.1　接线与设置

接线与设置同 5.2.1。

5.4.2　测量及处理

触发输入脉宽不变，仅减小触发脉冲信号幅度，找出使数字存储示波器恰好可有效触发的脉冲信号幅度，即为外触发状态在该脉冲宽度下的最小触发信号幅度，称为触发灵敏度。

5.5　当采用“输入通道触发（内触发）”模式时，外触发输入端不接信号，经过5.1～

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

5.4 相同的过程，可得到内触发状态下的触发延时、最窄触发脉宽、最小触发沿斜率和触发（幅度）灵敏度。

6 交流增益

选取数字存储示波器测量通道、增益 G_0，按照说明书选取正弦信号频率，执行正文 19.2.1～19.2.4，按式（14）计算：

$$交流增益:G=E/E_P \tag{14}$$

7 探极衰减

7.1 动态校准

将通道输入电缆换成专用探极，执行 6，计算此时交流增益 G_D。将式（14）代入式（15）得到探极衰减比，

$$SAR_D=G/G_D \tag{15}$$

替代方法

如正文图 1 所示接线，正弦交流信号发生器输出适当幅度信号，在数字存储示波器上分别读取加探极和不加探极时的信号幅度 U_D 和 U，按式（16）计算探极衰减比。

$$SAR_D=U/U_D \tag{16}$$

7.2 静态校准

将通道输入电缆换成专用探极，执行正文 24，计算增益 G_S，将正文式（26）或式（22）代入式（17）计算探极衰减比，

$$SAR_S=G/G_S \tag{17}$$

替代方法

接线如正文图 6，直流电压源输出适当电压值，在数字存储示波器上分别读取加探极和不加探极时的信号幅度 U_S 和 U，按式（18）计算探极衰减比，

$$SAR_S=U/U_S \tag{18}$$

8 直流偏移误差

8.1 交流方法

设定直流偏置 d_0，执行正文 19.2.1～19.2.4，计算出直流偏置 d；按式（19）计算偏移误差。

$$\Delta d=d_0-d \tag{19}$$

8.2 直流方法

设定直流偏置 d_0，执行正文 24.1，按式（20)～(21）计算直流偏置和偏移误差。

直流偏置：

$$d=\overline{x}-G\overline{E} \tag{20}$$

偏移误差：

$$\Delta d=d_0-d \tag{21}$$

9 线性度、误差限、标准差

执行正文 24.1，按式（22)、式（23）计算通道的标准差 s；按式（26)、式（27）计算通道的线性度 L 和误差限 U：

标准差：

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

$$s_i=\left(\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\overline{x}_i)^2\right)^{1/2} \tag{22}$$

$$s=\max(s_i) \tag{23}$$

非线性误差：

$$\Delta\overline{x}_i=\overline{x}_i-(G\times E_i+d) \tag{24}$$

$$\Delta\overline{x}_{\max}=\max\{|\overline{x}_i-(G\times E_i+d)|\} \tag{25}$$

线性度：

$$L=\frac{\Delta\overline{x}_{\max}}{G\cdot E_r}\times 100\% \tag{26}$$

误差限：

$$U=\pm\max\{|G_0\cdot E_i-\overline{x}_i|\}/(G_0\cdot E_r) \tag{27}$$

10　毛刺（尖峰脉冲）捕捉

如图 6 所示，选定数字存储示波器的测量通道、量程，置非自动量程测量模式。

设置直流耦合，设定直流偏置。

设置通道为实时采样，设定通道采集速率（时基）为最高。

设置通道采集数据个数 $n\geqslant 1\ 000$。

设置触发，开启毛刺（尖峰脉冲）捕捉功能。

在所允许的最低幅度下，能被数字存储示波器通道有效捕捉到的最窄脉冲宽度，为其毛刺（尖峰脉冲）捕捉测量结果。

11　输入电阻

如图 7 所示，将数字存储示波器输入端接到数字多用表的电阻测量端上，被校示波器处于关机状态，读取数字多用表的电阻测量值 R_0，即为数字存储示波器输入电阻。

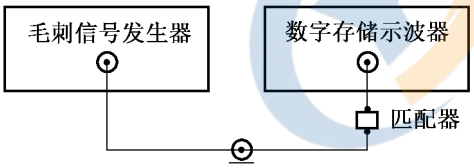

图 6

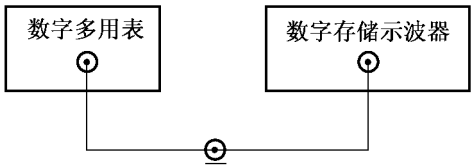

图 7

12　垂直偏转系数及误差

接线如图 8，选定数字存储示波器的测量通道、量程。

设置直流耦合方式，设置直流偏置为零、采集数据个数 $n\geqslant 1\ 000$，输入适当幅度和频率（推荐为 1 kHz）的方波脉冲信号，调整触发和时基，以使两个以上周期的输入信号居中稳定显示，覆盖 80%左右（通常为 6 div）的垂直范围。

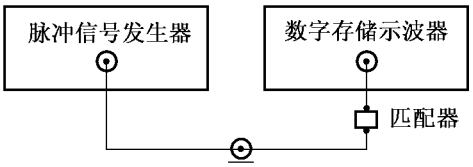

图 8

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

调节输入方波信号幅度和直流偏置，使其上下基线与示波器的水平刻度完全重合，此时方波脉冲信号源的输出幅度为U_0。垂直偏转系数K_V及垂直偏转系数相对误差δ_V按式（28）、（29）计算为：

$$K_V=U/M \tag{28}$$

$$\delta_V=(K_{V0}-K_V)/K_V \tag{29}$$

式中：M——输入脉冲所覆盖的刻度格数；

K_{V0}——垂直偏转系数标称值。

仪器服务网 YIQIFUWU.COM

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

附录 2

数字存储示波器校准结果记录格式

数字存储示波器校准记录格式

仪器名称：　　温度：　　湿度：　　日期：

频带宽底、瞬态响应

通道号	量程	频带宽度	上升时间	过冲	顶部不平度

有效位数、信噪比

通道号	量程	信号频率	通道速度	有效位数	信噪比

动态特性

通道号	量程	信号频率	通道速率	速率误差	偏移误差	交流增益

静态特性

通道号	量程	线性度	误差限	标准差	偏移误差	直流增益

方波校准信号

方波信号幅度	方波信号频率	信号频率误差	信号幅度误差

扫描时间因数及其误差和 Δt（时间）测量误差

通道号	量程	信号频率	通道速率	时间因数	因数误差	Δt 误差

垂直偏转系数及其误差和 ΔV（幅度）测量误差

通道号	标称垂直偏转系数	垂直偏转系数误差	ΔV 误差

通道间延迟时间差

通道号	量程	信号频率	参比通道	通道间延迟时间差

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

通道随机噪声

通道号	量程	输入状态	标准差

输入电阻

通道号	标称输入电阻	实测值

通道隔离度

通道号	干扰通道	通道隔离度（dB）

共模抑制比

通道号	共模抑制比（dB）

通道触发延时、最窄触发脉宽

通道号	标称触发延时	实测触发延时	标称最窄脉宽	实测最窄脉宽

通道最小触发沿斜率、触发灵敏度

通道号	标称最小斜率	实测最小斜率	标称灵敏度	实测灵敏度

通道毛刺捕捉特性

通道号	标称毛刺宽度	实测捕捉宽度

探极衰减比

标称衰减比	实测衰减比

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

附录 3

正弦波信号序列的最小二乘拟合算法

理想正弦信号可用下述四参数表达式表示：

$$y(t)=A_0\cos(\omega_0 t)+B_0\sin(\omega_0 t)+C_0$$

或：

$$y(t)=A\cos(\omega_0 t+\theta)+C$$

用指定参数的正弦波作为数字存储示波器的输入，得到一组数据记录。通过改变拟合正弦信号的相位、幅度、直流偏移和频率，使拟合结果和输入记录序列各点的残差平方和最小。这里提供两种正弦拟合方法：一种用于采样频率和被测信号输入频率均已知时；另一种用于信号频率未知时。第一个途径包括两种算法：一种通过矩阵运算，另一种通过迭代过程。对于已知信号频率的情况，当初始条件相同时，上述两个算法结果一致。但两者和收敛性不一样，使用矩阵算法的收敛速度比不使用矩阵的快，特别是信号周期数小于 5 个时。

注意：下列 1 中所述的三参数算法（对已知频率）是一种闭合算法。因此，总能获得一个结果。但是，如果算法中使用的频率（假设已知）和实际输入的频率不一样，或采集速率有较大误差，三参数算法的结果比稍后所述的四参数算法结果要差。但 2 中的四参数算法在初始条件偏离较多，或有一些特别不正确的数据下，迭代过程可能发散。

1 正弦波三参数（已知频率）最小二乘拟合算法

1.1 正弦信号三参数最小二乘拟合—矩阵算法

设理想正弦信号为：

$$y=A_0\cos(\omega_0 t)+B_0\sin(\omega_0 t)+C_0$$

数据记录序列为时刻 t_1，t_2，…，t_m 的采集样本 Y_1，Y_2，…，Y_m，拟合过程即为选取或寻找 A_0，B_0，C_0，使下式所述残差平方和最小：

$$\sum_{n=1}^{M}[Y_n-A_0\cos(\omega_0 t_n)-B_0\sin(\omega_0 t_n)-C_0]^2 \tag{1}$$

式中，ω_0 是数字存储示波器输入信号频率（假设已知）。

为了找出合适的 A_0，B_0 和 C_0 值，首先构造下列矩阵：

$$D_0=\begin{bmatrix}\cos(\omega_0 t_1) & \sin(\omega_0 t_1) & 1\\ \cos(\omega_0 t_2) & \sin(\omega_0 t_2) & 1\\ \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot\\ \cos(\omega_0 t_M) & \sin(\omega_0 t_M) & 1\end{bmatrix}\qquad y=\begin{bmatrix}y_1\\ y_2\\ \cdot\\ \cdot\\ y_M\end{bmatrix}\qquad x_0=\begin{bmatrix}A_0\\ B_0\\ C_0\end{bmatrix}$$

式（1）可用矩阵方式表示如下

$$(y-D_0x_0)^{\mathrm{T}}-(y-D_0x_0) \tag{2}$$

这里 $(*)^{\mathrm{T}}$ 表示矩阵（*）的转置，可以得出式（2）最小时的最小二乘解 $\hat{x}_0$

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

$$\hat{x}_0=(D_0^{\mathrm{T}}D_0)^{-1}(D_0^{\mathrm{T}}y)$$

拟合函数为：

$$y_n'=A_0\cos(\omega_0 t_n)+B_0\sin(\omega_0 t_n)+C_0$$

将其转换为幅度和相位表达形式：

$$y_n'=A\cos(\omega_0 t_n+\theta)+C$$

式中：

$$A=\sqrt{A_0^2+B_0^2}$$

$$\theta=\tan^{-1}\left[\frac{-B_0}{A_0}\right],A_0\geqslant 0$$

$$\theta=\tan^{-1}\left[\frac{-B_0}{A_0}\right]+\pi,A_0<0$$

拟合残差 r_n 如下：

$$r_n=y_n-A_0\cos(\omega_0 t_n)-B_0\sin(\omega_0 t_n)-C_0$$

拟合残差有效值如下：

$$\varepsilon_{\mathrm{rms}}=\sqrt{\frac{1}{M}\sum_{n=1}^{M}r_n^2}$$

1.2 正弦信号三参数最小二乘拟合—代数方程算法

设数据记录序列为包含了一系列在时刻 t_M 上采集的正弦信号样本 y_M，数字存储示波器输入信号的角频率为 ω，

定义：

$$\alpha_n=\cos(\omega t_n)$$

$$\beta_n=\sin(\omega t_n)$$

然后计算下面的 9 个和：

$$\sum_{n=1}^{M}y_n \qquad \sum_{n=1}^{M}\alpha_n \qquad \sum_{n=1}^{M}\beta_n$$

$$\sum_{n=1}^{M}\alpha_n\beta_n \qquad \sum_{n=1}^{M}\alpha_n^2 \qquad \sum_{n=1}^{M}\beta_n^2$$

$$\sum_{n=1}^{M}y_n\alpha_n \qquad \sum_{n=1}^{M}y_n\beta_n \qquad \sum_{n=1}^{M}y_n^2$$

使用这些和，计算：

$$A_1=\frac{A_N}{A_D}$$

$$B_1=\frac{B_N}{B_D}$$

$$C=\overline{y}-A_1\overline{\alpha}-B_1\overline{\beta}$$

式中：

$$A_N=\frac{\sum_{n=1}^{M}y_n\alpha_n-\overline{y}\sum_{n=1}^{M}\alpha_n}{\sum_{n=1}^{M}\alpha_n\beta_n-\overline{\beta}\sum_{n=1}^{M}\alpha_n}-\frac{\sum_{n=1}^{M}y_n\beta_n-\overline{y}\sum_{n=1}^{M}\beta_n}{\sum_{n=1}^{M}\beta_n^2-\overline{\beta}\sum_{n=1}^{M}\beta_n}$$

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

$$A_D=\frac{\sum_{n=1}^{M}\alpha_n^2-\bar{\alpha}\sum_{n=1}^{M}\alpha_n}{\sum_{n=1}^{M}\alpha_n\beta_n-\bar{\beta}\sum_{n=1}^{M}\alpha_n}-\frac{\sum_{n=1}^{M}\alpha_n\beta_n-\bar{\alpha}\sum_{n=1}^{M}\beta_n}{\sum_{n=1}^{M}\beta_n^2-\bar{\beta}\sum_{n=1}^{M}\beta_n}$$

$$B_N=\frac{\sum_{n=1}^{M}y_n\alpha_n-\bar{y}\sum_{n=1}^{M}\alpha_n}{\sum_{n=1}^{M}\alpha_n^2-\bar{\alpha}\sum_{n=1}^{M}\alpha_n}-\frac{\sum_{n=1}^{M}y_n\beta_n-\bar{y}\sum_{n=1}^{M}\beta_n}{\sum_{n=1}^{M}\alpha_n\beta_n-\bar{\alpha}\sum_{n=1}^{M}\beta_n}$$

$$B_D=\frac{\sum_{n=1}^{M}\alpha_n\beta_n-\bar{\beta}\sum_{n=1}^{M}\alpha_n}{\sum_{n=1}^{M}\alpha_n^2-\bar{\alpha}\sum_{n=1}^{M}\alpha_n}-\frac{\sum_{n=1}^{M}\beta_n^2-\bar{\beta}\sum_{n=1}^{M}\beta_n}{\sum_{n=1}^{M}\alpha_n\beta_n-\bar{\alpha}\sum_{n=1}^{M}\beta_n}$$

$$\bar{y}=\frac{1}{M}\sum_{n=1}^{M}y_n\quad\bar{\alpha}=\frac{1}{M}\sum_{n=1}^{M}\alpha_n\quad\bar{\beta}=\frac{1}{M}\sum_{n=1}^{M}\beta_n$$

拟合函数如下：

$$y'_n=A_1\cos(\omega t_n)+B_1\sin(\omega t_n)+C$$

其幅度和相位表达形式：

$$y'_n=A\cos(\omega_0 t_n+\theta)+C$$

式中：

$$A=\sqrt{A_1^2+B_1^2}$$

$$\theta=\tan^{-1}\left[\frac{-B_1}{A_1}\right],\quad A_1\geqslant 0$$

$$\theta=\tan^{-1}\left[\frac{-B_1}{A_1}\right]+\pi,\quad A_1<0$$

拟合残差有效值为：

$$\varepsilon_{\mathrm{rms}}=\sqrt{\frac{\varepsilon}{M}}$$

式中：

$$\begin{aligned}\varepsilon=&\sum_{n=1}^{M}y_n^2+A_1^2\sum_{n=1}^{M}\alpha_n^2+B_1^2\sum_{n=1}^{M}\beta_n^2+MC^2-2A_1\sum_{n=1}^{M}\alpha_n y_n-2B_1\sum_{n=1}^{M}\beta_n y_n\\&-2C\sum_{n=1}^{M}y_n+2A_1B_1\sum_{n=1}^{M}\alpha_n\beta_n+2A_1C\sum_{n=1}^{M}\alpha_n+2B_1C\sum_{n=1}^{M}\beta_n\\=&\sum_{n=1}^{M}(y_n-A_1\alpha_n-B_1\beta_n-C)^2=\sum_{n=1}^{M}(y_n-y'_n)^2\end{aligned}$$

由于这是一种闭合算法，因而收敛是肯定的。

2　正弦波四参数最小二乘拟合算法

2.1　正弦波信号四参数最小二乘拟合一矩阵迭代算法

设正弦数据记录序列中时刻 t_1，t_2，…，t_m 上采集的样本 y_1，y_2，…，y_m，可使用迭代过程寻找到 A_i，B_i，C_i 和 ω_i 值，使得下式所述残差平方和最小：

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

$$\sum_{n=1}^{M}[y_n-A_1\cos(\omega_i t_n)-B_i\sin(\omega_i t_n)-C_i]^2 \qquad (3)$$

式中，ω_i 为数字存储示波器输入信号的频率。

其操作步骤如下：

a）设置循环指针 $i=0$，对数字存储示波器输入信号的角频率 ω_0 作一个初始估计。可以用离散傅里叶变换（DFT）来计算频率；或者通过数波形过零点个数计算频率；或简单地输入一个测量频率初始值。使用 1 中给定的三参数矩阵算法，进行拟合以确定 A_0，B_0 和 C_0。

b）设置 $i=i+1$ 作下一次迭代。

c）使用下式获得新的角频率：

$$\omega_i=\omega_{i-1}+\Delta\omega_{i-1} \quad （当\ i=1\ 时，\Delta\omega_{i-1}=0）$$

d）构造如下矩阵：

$$y=\begin{bmatrix}y_1\\y_2\\\vdots\\y_M\end{bmatrix}$$

$$D_i=\begin{bmatrix}\cos(\omega_i t_1)\sin(\omega_i t_1)1-A_{i-1}t_1\sin(\omega_i t_1)+B_{i-1}t_1\cos(\omega_i t_1)\\\cos(\omega_i t_2)\sin(\omega_i t_2)1-A_{i-1}t_2\sin(\omega_i t_2)+B_{i-1}t_2\cos(\omega_i t_2)\\\vdots\qquad\vdots\quad\vdots\qquad\qquad\qquad\vdots\\\cos(\omega_i t_M)\sin(\omega_i t_M)1-A_{i-1}t_M\sin(\omega_i t_M)+B_{i-1}t_M\cos(\omega_i t_M)\end{bmatrix}$$

$$x_i=\begin{bmatrix}A_i\\B_i\\C_i\\\Delta\omega_i\end{bmatrix}$$

e）使式（3）达到最小的最小二乘解用矩阵形式表示如下：

$$\hat{x}_i=(D_i^{\mathrm{T}}D_i)^{-1}(D_i^{\mathrm{T}}y)$$

f）按下式计算幅度 A 和相位 θ：

$$y'_n=A\cos(\omega t_n+\theta)+C$$

式中：

$$A=\sqrt{A_i^2+B_i^2}$$

$$\theta=\tan^{-1}\left[-\frac{B_i}{A_i}\right],A_i\geqslant 0$$

$$\theta=\tan^{-1}\left[-\frac{B_i}{A_i}\right]+\pi,A_i<0$$

g）重复步骤 b）到 f），根据上一次迭代得到的 A_i，B_i，ω_i 的值，继续迭代直到与 A，ω，θ 和 C 的变化小到满足要求。

拟合残差如下：

$$r_n=y_n-A_i\cos(\omega_i t_n)-B_i\sin(\omega_i t_n)-C_i$$

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

误差的有效值如下：

$$\varepsilon_{rms}=\sqrt{\frac{1}{M}\sum_{n=1}^{M}r_n^2}$$

2.2 正弦信号四参数最小二乘拟合—非矩阵迭代算法

对采集记录下来的数据序列估计一个角频率初始值 ω 和相位初始值 θ，这里的相位指的是记录中的第一个点对应的相位。角频率用弧度每秒来表示，可以用离散傅里叶变换（DFT）或计算序列过零次数得到，也可以直接使用输入信号频率算得。

相位用弧度来表示，可以按 1 中所述三参数法计算得到。或者用下面的公式计算得到：

$$[\mathrm{sign}(y_2-y_1)]\cos^{-1}\left(\frac{y_1-C}{A}\right)$$

式中：

$$\mathrm{sign}(y_2-y_1)=\begin{cases}1, y_2\geqslant y_1\\ -1, y_2<y_1\end{cases}$$

y_1 是 $t=0$ 的第一个样本点；y_2 是紧跟着 y_1 的下一个样本点；C，A 分别是正弦波的直流偏移和幅度。

使用上式计算时，估计波形幅度可以参照如下方法：（1）如果数字存储示波器噪声不大，用记录数据中的最大值和最小值的代数差的一半作为波形幅度。（2）用众数法找最大和最小值，计算波形幅度。估计偏移的方法：（1）可以使用记录中的最大值和最小值之和的一半。（2）偏移估计的另一方法是取整数个周期的数据的平均值。注意，如果在每个周期中点太少，符号（y_2-y_1）能给出不正确的情况。特别是在 $\cos^{-1}$ 值接近 0 或 π 时。

设数据记录序列中包含了一系列时刻 t_n 的取样 y_n，用以估计 ω 和 θ，计算下面的 16 个和：

$$\begin{array}{cccc}
\sum_{n=1}^{M}\alpha_n & \sum_{n=1}^{M}\beta_n & \sum_{n=1}^{M}y_n & \sum_{n=1}^{M}\alpha_n y_n\\
\sum_{n=1}^{M}\beta_n y_n & \sum_{n=1}^{M}\alpha_n\beta_n & \sum_{n=1}^{M}\beta_n^2 & \sum_{n=1}^{M}\alpha_n^2\\
\sum_{n=1}^{M}y_n^2 & \sum_{n=1}^{M}\beta_n t_n y_n & \sum_{n=1}^{M}\alpha_n\beta_n t_n & \sum_{n=1}^{M}\beta_n^2 t_n\\
\sum_{n=1}^{M}\beta_n^2 t_n^2 & \sum_{n=1}^{M}\beta_n t_n & \sum_{n=1}^{M}\alpha_n t_n & \sum_{n=1}^{M}\beta_n t_n^2
\end{array}$$

式中：

$$\alpha_n=\cos(\omega t_n+\theta)$$

$$\beta_n=\sin(\omega t_n+\theta)$$

现在使用 ω 和 θ 的估计值，计算：

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

$$\Psi=\omega+\frac{a_{22}R-a_{12}S}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}$$

$$\phi=\theta+\frac{a_{11}S-a_{21}R}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}$$

式中：$a_{11}=\dfrac{\sum_{n=1}^{M}\beta_n t_n(\alpha_n-\bar{\alpha})\sum_{n=1}^{M}\alpha_n t_n(\beta_n-\bar{\beta})}{\left[\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(\alpha_n-\bar{\alpha})\right]^2}-\dfrac{\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(\alpha_n-\bar{\alpha})\sum_{n=1}^{M}\beta_n t_n^2(\beta_n-\bar{\beta})}{\left[\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(\alpha_n-\bar{\alpha}\right]^2}$

$a_{12}=\dfrac{\sum_{n=1}^{M}\beta_n t_n(\alpha_n-\bar{\alpha})\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(\beta_n-\bar{\beta})}{\left[\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(a_n-\bar{\alpha})\right]^2}-\dfrac{\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(\alpha_n-\bar{\alpha})\sum_{n=1}^{M}\beta_n t_n(\beta_n-\bar{\beta})}{\left[\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(\alpha_n-\bar{\alpha}\right]^2}$

$a_{21}=\dfrac{\sum_{n=1}^{M}\beta_n(\alpha_n-\bar{\alpha})\sum_{n=1}^{M}\alpha_n t_n(\beta_n-\bar{\beta})}{\left[\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(a_n-\bar{\alpha})\right]^2}-\dfrac{\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(\alpha_n-\bar{\alpha})\sum_{n=1}^{M}\beta_n t_n(\beta_n-\bar{\beta})}{\left[\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(\alpha_n-\bar{\alpha})\right]^2}$

$a_{22}=\dfrac{\sum_{n=1}^{M}\beta_n(\alpha_n-\bar{\alpha})\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(\beta_n-\bar{\beta})}{\left[\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(\alpha_n-\bar{\alpha})\right]^2}\dfrac{\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(\alpha_n-\bar{\alpha})\sum_{n=1}^{M}\beta_n(\beta_n-\bar{\beta})}{\left[\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(\alpha_n-\bar{\alpha})\right]^2}$

$R=\dfrac{\sum_{n=1}^{M}\beta_n t_n(y_n-\bar{y})}{\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(y_n-\bar{y})}-\dfrac{\sum_{n=1}^{M}t_n\beta_n(\alpha_n-\bar{\alpha})}{\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(\alpha_n-\bar{\alpha})}$

$S=\dfrac{\sum_{n=1}^{M}\beta_n(y_n-\bar{y})}{\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(y_n-y)}-\dfrac{\sum_{n=1}^{M}\beta_n(\alpha_n-\bar{\alpha})}{\sum_{n=1}^{M}\alpha_n(\alpha_n-\bar{\alpha})}$

$\bar{y}=\dfrac{1}{M}\sum_{n=1}^{M}y_n$

$\bar{\alpha}=\dfrac{1}{M}\sum_{n=1}^{M}\alpha_n$

$\bar{\beta}=\dfrac{1}{M}\sum_{n=1}^{M}\beta_n$

$\alpha_n=\cos(\omega t_n+\theta)$

$\beta_n=\sin(\omega t_n+\theta)$

使用 Ψ 和 ϕ 作为新的 ω 和 θ 估计值，重复上述过程，直到两者的差别小到满足要求，产生其拟合函数的形式如下：

$$y'_n=A\cos(\Psi t_n+\phi)+C$$

可按下列式子计算

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载

$$A=\frac{\sum_{n=1}^{M}\beta_n(y_n-\overline{y})(\alpha_n+\beta_n+\beta_n t_n)}{\sum_{n=1}^{M}(\alpha_n-\overline{\alpha})(\alpha_n+\beta_n+\beta_n t_n)}$$

$$C=\overline{y}-A\overline{\alpha}$$

残差有效值为$\left(\frac{\varepsilon}{M}\right)^{\frac{1}{2}}$

这里

$$\frac{\varepsilon}{M}=\frac{1}{M}\sum_{n=1}^{M}y_n^2+\frac{A^2}{M}\sum_{n=1}^{M}\alpha_n^2-2\frac{A}{M}\sum_{n=1}^{M}\alpha_n y_n+C^2-2C_{\overline{y}}+2AC_{\overline{\alpha}}$$

$$=\frac{1}{M}\sum_{n=1}^{M}(y_n-Ax_n-C)^2=\frac{1}{M}\sum_{n=1}^{M}(y_n-y'_n)^2$$

由于这是一个迭代过程，所以对一些误差很大的估计初始值 ω 和 θ 有可能引起发散。

学兔兔 www.bzfxw.com 标准下载